

Deduzione ed induzione: il leone di Herschel

* 1302

La prova è indirizzata a classi terze di liceo scientifico con sperimentazione PNI e programmi Brocca.

*Identificare in contesti diversi, anche appartenenti a situazioni di natura esperienziale, tipologie di procedimento logico; riconoscere le regole formali cui i procedimenti sono sottoposti attraverso l'analisi di specifiche formalizzazioni
Utilizzare in contesti diversi metodi e procedure acquisiti in altri ambiti
Identificare apparati concettuali e procedimenti che presiedono ad un processo di costruzione scientifica.*

Durata della prova: 3 ore. È ammesso l'uso del vocabolario monolingua e della calcolatrice scientifica.

Testo A

... In contrapposizione all'argomento dell'uomo solo e intelligente, che ragiona a partire dagli oggetti astratti, Herschel ci propone l'argomento del leone come metafora illuminante: "Nella vivace e piacevole descrizione fatta dal capitano Head a proposito del suo viaggio nelle Pampas del Sud America troviamo un aneddoto che fa giusto al caso nostro. La sua guida un giorno gli disse improvvisamente di fermarsi, e indicando con un dito verso l'alto del cielo, gridò 'Un leone!'. Sorpreso da

una simile esclamazione accompagnata da un simile gesto, egli alzò gli occhi verso l'alto e poté, a malapena, vedere a grandissima altezza un volo di condor che si libravano in cerchio attorno a un punto particolare. Sotto quel punto, oltre la portata della sua vista e di quella della guida, giaceva la carcassa di un cavallo e, su quella carcassa, si trovava - come la guida ben sapeva - il leone, al quale i condor guardavano con invidia dall'alto. Il segnale degli uccelli costituiva per lui ciò che solo la vista del leone avrebbe potuto costituire per il viaggiatore e cioè la piena prova della sua esistenza".

E. Bellone, *Il mondo di carta*, Milano, A. Mondadori, 1976, p. 82

Testo B

Gli uomini hanno cominciato a filosofare, ora come in origine, a causa della meraviglia: mentre da principio restavano meravigliati di fronte alle difficoltà più semplici, in seguito, progredendo a poco a poco, giunsero a porsi problemi sempre migliori: per esempio problemi riguardanti i fenomeni della luna e quelli del sole e degli astri o i problemi riguardanti la generazione dell'intero universo ... Cosicché, se gli uomini hanno filosofato per liberarsi dall'ignoranza, è evidente che cercano il conoscere al solo fine di sapere e non per conseguire qualche utilità pratica...

Aristotele, *Metafisica*, Bari, Laterza, 1971, I (A), 2,982b

Testo C

His manner was not effusive. It seldom was; but he was glad, I think, to see me. With hardly a word spoken, but with a kindly eye, he waved me to an armchair, threw across his case of cigars, and indicated a spirit case and a gasolene in the corner. Then he stood before the fire and looked me over in his singular introspective fashion.

"Wedlock suits you," he remarked. "I think, Watson, that you have put on seven and a half pounds since I saw you." "Seven!" I answered. "Indeed, I should have thought a little more. Just a trifle more, I fancy, Watson. And in practice again, I observe. You did not tell me that you intended to go into harness." "Then, how do you know?" "I see it, I deduce it. How do I know that you have been getting yourself very wet lately, and that you have a most clumsy and careless servant girl?" "My dear Holmes," said I, "this is too much. You would certainly have been burned, had you lived a few centuries ago. It is true that I had a country walk on Thursday and came home in a dreadful mess, but as I have changed my clothes I can't imagine how you deduce it. As to Mary Jane, she is incorrigible, and my wife has given her notice, but there, again, I fail to see how you work it out." He chuckled to himself and rubbed his long, nervous hands together. "It is simplicity itself," said he; "my eyes tell me that on the inside of your left shoe, just where the firelight strikes it, the leather is scored by six almost parallel cuts. Obviously they have been caused by someone, who has very carelessly scraped round the edges of the sole, in order to remove crusted mud from it. Hence, you see, my double deduction that you had been out in vile weather, and that you had a particularly malignant boot-slitting specimen of the London slavey. As to your practice, if a gentleman walks into my rooms smelling of iodoform, with a black mark of nitrate of silver, upon his right forefinger, and a bulge on the right side of his top-hat, to show where he has secreted his stethoscope, I must be dull, indeed, if I do not pronounce him to be an active member of the medical profession."

I could not help laughing at the ease with which he explained his process of deduction. "When I hear you give your reasons," I remarked, "the thing always appears to me to be so ridiculously simple that I could easily do it myself, though at each successive instance of your reasoning I am baffled until you explain your process. And yet I believe that my eyes are as good as yours." "Quite so," he answered, lighting a cigarette, and throwing himself down into an armchair. "You see, but you do not observe. The distinction is clear. For example, you have frequently seen the steps which lead up from the hall to this room." "Frequently." "How often?" "Well, some hundreds of times." "Then how many are there?" "How many? I don't know." "Quite so! You have not observed. And yet you have seen. That is just my point. Now, I know that there are seventeen steps, because I have both seen and observed. By-the-way, since you are interested in these little problems, and since you are good enough to chronicle one or two of my trifling experiences, you may be interested in this." He threw over a sheet of thick, pink-tinted notepaper which had been lying open upon the table. "It came by the last post," said he. "Read it aloud." The note was undated, and without either signature or address. "There will call upon you to-night, at a quarter to eight o'clock," it said, "a gentleman who desires to consult you upon a matter of the very deepest moment. Your recent services to one of the royal houses of Europe have shown that you are one who may safely be trusted with matters which are of an importance which can hardly be exaggerated. This account of you we have from all quarters received. Be in your chamber then at that hour, and do not take it amiss if your visitor wear a mask." "This is indeed a mystery," I remarked. "What do you imagine that it means?" "I have no data yet. It is a capital mistake to theorise before one has data. Insensibly one begins to twist facts to suit theories, instead of theories to suit facts. But the note itself. What do you deduce from it?" I carefully examined the writing, and the paper upon which it was written. "The man who wrote it was presumably well to do," I remarked, endeavouring to imitate my companion's processes, "Such paper could not be bought under half a crown a packet it is peculiarly strong and stiff." "Peculiar-that is the very word," said Holmes. "It is not an English paper at all. Hold it up to the light." I did so, and saw a large "E" with a small "g," a "P" and a large "G" with a small "t" woven into the texture of the paper. "What do you make of that?" Asked Holmes. "The name of the maker, no doubt; or his monogram, rather." "Not at all. The 'G' with the small 't' stands for 'Gesellschaft,' which is the German for 'Company.' It is a customary contraction like our 'Co.' 'P' of course, stands for 'Paper.' Now for the 'Eg.' Let us glance at our *Continental Gazetteer*." He took down a heavy brown volume from his shelves. "Eglow, Eglonitz-here we are, Egria. It is in a German-speaking country-in Bohemia, not far from Carlsbad. Remarkable as being the scene of the death of Wallenstein, and for its numerous glass-factories and paper-mills.' Ha, ha, my boy, what do you make of that?" His eyes sparkled, and he sent up a great blue triumphant cloud from his cigarette. "The paper was made in Bohemia," I said. "Precisely. And the man who wrote the note is a German. Do you note the peculiar construction of the sentence- 'This account of you we have from all quarters received.' A Frenchman or Russian could not have written that. It is the German who is so uncourteous to his verbs. It only remains, therefore, to discover what is wanted by this German who writes upon Bohemian paper and prefers wearing a mask to showing his face".

A. Conan Doyle, *A scandal in Bohemia*, da *I Quaderni di Baker Street*, Torino, A. Curcio, 1990, pp. 8-9

1) Nel testo A la guida asserisce di vedere un leone. L'osservazione non sembra legata ad un organo di senso, la vista, perché l'oggetto, il leone, non è oggettivamente visibile da parte degli altri componenti del gruppo. Rileggi il testo e spiega perché "vedere", in questo caso, è la conclusione di un ragionamento e definisci su quale principio questo si basa. (max 15 righe)

2) Nel testo A la guida ha applicato una teoria astratta sul comportamento animale o è l'esperienza che guida l'azione creando una teoria empirica? (max 20 righe)

3) Scegli tra le seguenti affermazioni quella che corrisponde ad un procedimento induttivo.

- In base alla II legge della dinamica la forza e l'accelerazione sono tra loro proporzionali.
- Conseguenza del III principio della dinamica è la conservazione della quantità di moto in un sistema isolato.
- La legge di Newton prevede che la forza di gravità vari con l'inverso di r^2 .
- Dai dati sperimentali ottenuti osservando un oggetto che cade nell'aria ricavo la legge del moto.

4) Data la seguente tabella di dati, relativi ad un corpo che cade:

Tempi (s)	Spazio (m)
0	0
5	3
10	6
15	9

Posso indurre che:

- $S = k t$.
- $S = \text{cost}$.
- Il moto di corpi non sottoposti a forze è rettilineo uniforme.
- Il corpo si muove in presenza di attriti.

5) Tra le seguenti affermazioni indica quella errata.

Dalla legge di gravitazione universale posso dedurre:

- le leggi di Keplero
- la traiettoria dei corpi in un campo gravitazionale qualsiasi
- il valore dell'accelerazione di gravità in un punto, nota la massa del pianeta e la distanza da lui
- la ragione per la quale due corpi si attraggono.

6) Dal secondo principio della dinamica posso dedurre che:

- il primo principio è un caso particolare del secondo nel caso in cui $F_{\text{tot}} = 0$
- la massa inerziale e quella gravitazionale coincidono
- la forza elastica è proporzionale allo spostamento
- la forza di gravità è proporzionale alle masse.

7) Definisci cosa intende Aristotele per ragionamento o "conoscenza scientifica". (max 10 righe)

8) Secondo Aristotele, la conoscenza scientifica appartiene alle discipline:

- pratiche
- teoretiche
- poietiche
- produttive.

9) Per Aristotele la scienza si basa su argomentazioni logiche e chiama sillogismo scientifico questo tipo di argomentazione. Definisci le caratteristiche del sillogismo scientifico evidenziando il principio che ne è alla base. (max 8 righe)

10) L'Organon aristotelico è:

- il procedimento deduttivo
- la conoscenza a carattere induttivo
- la logica e gli scritti ad essa connessi
- il sillogismo.

11) Il sillogismo scientifico produce:

- un sapere generale
- un sapere soggettivo
- un sapere intuitivo
- un sapere necessario.

12) Per Aristotele la dialettica è:

- ragionamento che parte da premesse solo probabili
- l'arte del saper ben parlare
- uno strumento di persuasione
- la scienza che deve conoscere il politico.

13) Analizzando la xilografia *Pesci e squame* di M. Escher rileva tutti gli elementi che costituiscono il concetto di ricorsività. (max 10 righe)



M.C. Escher, *Pesci e squame*, xilografia, 1959

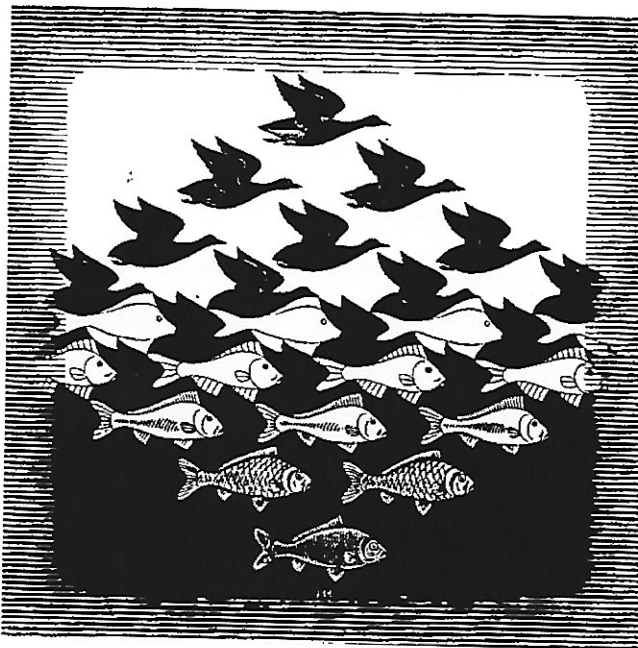
14) Le *Farfalle* di Escher (vedi pag. seguente) sono tutte legate da un isomorfismo; analizza la xilografia e spiega la tipologia di isomorfismo in essa presente. (max 10 righe)

Vi sono artisti nella nostra epoca che dalla conoscenza delle leggi della percezione hanno tratto stimoli per la loro creatività; Escher dirà: "...i nostri occhi sono abituati a fissare un determinato oggetto. Quando ciò succede tutto il resto assume la funzione di sfondo...".

15) Escher utilizza creativamente le leggi al relative rapporto figura-sfondo, realizzando opere affascinanti come *Cielo e acqua* (vedi pag. seguente). La struttura di questa



M.C. Escher, *Farfalle*, xilografia, 1950



M.C. Escher, *Cielo e acqua*, xilografia, 1938

opera nasce da uno studio accurato di alcune operazioni matematiche che consentono a figure di forma diversa di incastrarsi sulla superficie, instaurando un rapporto di ambiguità percettiva. Per un effetto di stratificazione fenomenica e di associazione noi percepiamo lo spazio bianco come cielo e lo spazio nero come acqua, anche se:

- all'altezza dell'orizzonte gli uccelli ed i pesci sono pari gli uni agli altri, noi associamo il volo con l'aria, perciò per ogni uccello nero i quattro pesci bianchi che lo circondano costituiscono l'aria, così come i



M.C. Escher, *Cascata*, litografia, 1961

quattro uccelli neri che circondano un pesce diventano acqua

- nel disegno si sviluppano solo forme e contrasti che determinano figure appena riconoscibili, il tutto trasformato in qualcosa di più complesso e meno definito nei particolari sia dei pesci che degli uccelli
- dal centro verso l'esterno si sviluppano pesci e uccelli rappresentati, gli uni nell'elemento degli altri, fino a scomparire ai bordi del disegno
- il gioco ottico basato sulla logica combinatoria di uccelli-spazio e pesci-spazio vorrebbe farci perdere la percezione dei due elementi vitali.

16) Nell'opera *Cascata* domina, nella parte centrale del disegno, un bizzarro edificio con colonne e torrette e da una di queste, posta in primo piano, scende una piccola cascata d'acqua che dà il titolo al lavoro. Escher utilizza, per la sua costruzione impossibile, per ben tre volte:

- il cubo di Penrose
- il cubo di Rubik
- il triangolo di Penrose
- la striscia di Moebius.

17) In *Concavo e convesso* (vedi pag. seguente), si vedono tre case con una volta a crociera come tetto, che si trovano una accanto all'altra. Dall'esterno si vede quella di sinistra, dall'interno quella di destra; quella centrale la si può vedere, a scelta, o dall'interno o dall'esterno. Escher intende, in questa litografia, proporre un gioco di:

- predominanza di spazi vuoti su spazi pieni;
- inversione, interno esterno, e rovesciamento delle immagini;
- conflitto fra superfici piane e lo spazio;
- rapporti tra scale ascendenti e scale discendenti.



M.C. Escher, *Concavo e convesso*, litografia, 1955



M.C. Escher, *Rettili*, litografia, 1943

18) La caratteristica principale che viene evidenziata dalla litografia *Rettili* di Escher è:

- il passaggio dalla superficie bidimensionale allo spazio tridimensionale
- l'idea del movimento circolare suggerito dalla posizione dei rettili
- il significato simbolico che riveste ogni oggetto presente nella composizione
- la scansione dei piani messa in risalto dalla modulazione delle campiture grigie.

19) Which elements does Holmes draw from the letter? (max 3 lines)

20) List the elements connected with the medical profession from which Holmes draws his conclusions about Watson. (3 elements).

21) Deduction is:

- the process of reasoning from general principles to a particular case
- the act of announcing something formally or officially
- a list of technical or special words
- the act of investigating.

22) Induction is:

- the process of bringing something back into existence, use or fashion
- the process of selecting somebody or something or the state of being selected.
- a method of logical reasoning that obtains or discovers general laws from particular facts or examples
- the act of organizing relations between people and communities.

23) According to Watson, what would have happened to Holmes had he lived in 16th Century?

- He would have lost his reason
- He would have been burned
- Someone would have stolen his purse
- Watson wouldn't have been with him.

24) Holmes is a Victorian character as far as:

- his ideas about women are concerned
- his ideas about nature are concerned
- he reflects the typical middle class values
- he is a supporter of monarchy.

25) Enuncia il principio di induzione matematica, sottolineando la natura ricorsiva di tale principio. (max 8 righe)

26) Enuncia le principali regole di deduzione logica, illustrandole con esempi. (max 10 righe)

27) La definizione ricorsiva della successione $y = f(n)$ è:

$$f(n) = n - f[f(n-1)], n > 0$$

$$f(n) = 0, n = 0$$

Qual è il valore di $f(5)$?

- 2
- 4
- 3
- 5.

28) Quale funzione matematica definisce la seguente funzione?

```
Function prova(b:real;e:integer):real;
Begin
  If e=0
  Then
    Prova:=1
  Else
    If e>0
    Then
      Prova:=b*prova(b,e-1)
    Else
      Prova:=(1/b)*(b,e+1);
  End;
```

- La potenza di base reale, esponente reale
- La potenza di base reale, esponente intero
- Il fattoriale
- Nessuna funzione matematica.

29) Quale la conclusione corretta del seguente ragionamento? "Non tutti coloro che si sono candidati e sono stati eletti sono del nostro quartiere, ma tutti quelli del nostro quartiere, che si sono candidati, sono stati eletti".

- Alcuni abitanti del nostro quartiere sono stati eletti
- Tutti gli abitanti del nostro quartiere sono stati eletti
- Tutti i candidati, che non sono del nostro quartiere, sono stati eletti
- Nessuna delle precedenti.

30) Siano: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... i primi n termini della successione $y = f(n)$. Quale la definizione ricorsiva di tale successione?

- $F(1) = 1$ $f(n) = n \cdot f(n-1), n > 1$
- $F(1) = f(2) = 1$ $f(n) = f(n-1) + f(n-2), n \geq 2$
- $F(1) = f(2) = 1$ $f(n) = f(n-1) + f(n-2), n > 2$
- Non esiste alcuna definizione ricorsiva.

31) La scienza per Aristotele è:

- conoscenza delle cause
- conoscenza della natura finalizzata al sapere politico
- reminiscenza
- conoscenza dei generi e delle specie.

32) La scientificità del sillogismo è data da:

- la conclusione di un ragionamento che trova conferma nell'esperienza
- la condizione della veridicità delle premesse da cui parte
- la plausibilità delle premesse da cui parte
- la derivazione di una delle premesse da un procedimento induttivo.

33) Tra i seguenti ragionamenti, quello fatto dal capo-battitore del testo A è:

- ci sono i condor, come tanti altri animali, e perciò ci sarà anche un leone
- ci sono i condor, sono tanti, perciò c'è una grande preda abbattuta e quindi un predatore, perciò c'è un leone
- i condor e il leone vivono sempre nello stesso habitat quindi, là dove si vedono condor ci sono anche leoni
- ci sono condor dunque c'è una situazione di pericolo, dunque, per evitarlo, si dice che c'è anche il leone che accresce la sensazione di pericolo.

34) L'annidarsi di cose dentro le cose e la trasformazione del disegno nella xilografia *Pesci e squame* di Escher, avviene attraverso:

- il motivo complesso di pesci bianchi e neri, che partendo da un asse obliquo vanno via via riducendosi secondo una struttura ricorsiva
- le linee rigorosamente curve e ricorsive con andamento sempre più veloce e serrato si interrompono solo lungo i bordi del disegno formando piccole squame
- due mutazioni differenti, da destra a sinistra e viceversa le squame si trasformano in pesci ed i pesci in squame, fornendo un esempio di ricorsività

d. la divisione regolare del piano con due motivi uguali fra loro e quindi ricorsivi, squame ed occhi di pesci.

35) L'identità delle farfalle, nella composizione omonima di Escher, si stabilisce mantenendo solo i rapporti funzionali; di questa specie è:

- l'illusione ottica che lega fra loro tutte le farfalle
- l'anamorfismo che lega fra loro tutte le farfalle
- lo stroboscopismo che lega fra loro tutte le farfalle
- l'isomorfismo che lega fra loro tutte le farfalle.

36) What do the letters woven into the texture of the letter stand for?

- The maker's monogram
- The letter classifiers
- A rebus
- Useful elements for deduction.

37) Which of the terms text C listed below are related to the medical profession? (tick three of them)

- Bulge
- Directory
- Iodoform
- Nitrate
- Foreleg
- Bulimia
- Stethoscope
- Forefinger.

38) La formula generale della derivata n -esima della funzione $y = \ln x$ risulta:

- $y^{(n)} = (-1)^n (n-1)x^{-n}$
- $y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! x^{-n}$
- $y^{(n)} = (-1)^{n-1} n! x^{-n}$
- $y^{(n)} = (n-1)! x^{-n}$

39) Stabilire quale dei seguenti ragionamenti è corretto.

- Se Barbara studia, è promossa. Se Barbara è promossa, va in vacanza. Barbara è andata in vacanza, quindi ha studiato.
- Se sei infelice, allora piangi. Sei felice, quindi non piangi.
- Il quadrato ha diagonali congruenti e perpendicolari. Il quadrilatero $ABCD$ ha le diagonali perpendicolari, ma non congruenti; quindi $ABCD$ non è un quadrato.
- Se un animale è un gatto, allora ha quattro zampe. Sissi ha quattro zampe, quindi Sissi è un gatto.

Chiavi di correzione ed elementi di adeguatezza.

1) Vedere in quanto dedurre come nelle teorie microscopiche, mondo atomico e subatomico. 2) Induzione-deduzione: presenza di una preda per i condor, presenza leone. 3) d. 4) a. 5) d. 6) a. 7) Sapere fine a se stesso - sapere le cause o il perché - causa materiale - causa formale - causa efficiente - causa finale. 8) b. 9) Ragionamento o calcolo o connessione di concetti - due premesse poste, vere, più note della conclusione e ad essa anteriori - termine medio - conclusione necessaria. 10) c. 11) d. 12) a. 13) Annidarsi di cose entro le cose; la trasformazione da squame in

pesci conserva sempre l'informazione; le parti di un oggetto possono essere copie dell'oggetto stesso, a volte sono a rovescio, a ritroso, ingrandite o rimpicciolite. 14) L'identità tra le farfalle si stabilisce solo sulla base di rapporti funzionali, infatti le proporzioni esatte non vengono rispettate; la divisione della superficie bianca avviene attraverso contorni neri sempre più larghi ed in farfalle sempre più grandi. 15) a. 16) c. 17) b. 18) a. 19) Strong and stiff

paper, letters showing its origin, peculiar construction of the sentence. 20) Iodoform/nitrate/stethoscope. 21) a. 22) c. 23) b. 24) c. 25) Insieme numerico di applicabilità del principio, base di induzione, passo di induzione. 26) Modus ponens, modus tollens, reductio ad absurdum, modus ponendo tollens, modus tollendo ponens, sillogismo ipotetico. 27) c. 28) b. 29) a. 30) c. 31) a. 32) b. 33) b. 34) c. 35) d. 36) a. 37) c, d, g. 38) b. 39) c.
