Terza prova – 09

Avvertenza

Questa prova può essere adatta sia per licei scientifici, sia per istituti tecnici, purché si effettuino opportune modifiche.
La proposta ipotizza un Consiglio di Classe che abbia programmato un lavoro pluridisciplinare volto a realizzare unità didattiche esaminate e riproposte da discipline affini.

La parola pianeta deriva dal greco "planētēs" che significa "vagabondo".
Il nome si deve al modo in cui i pianeti si muovono in cielo contro lo sfondo delle stelle lontane.
Secondo Tolomeo (100- 178 d. C), la Terra si trovava al centro dell'universo, e attorno ad essa si muovevano in cerchio la Luna, il Sole e i pianeti.
Questa concezione fu pressochè universalmente accettata sino alla metà del Cinquecento, quando Niccolò Copernico (1473- 1543) suggerì che al centro si trovasse invece il Sole.
L'ipotesi eliocentrica incontrò a quell'epoca aspre opposizioni ma finì poi gradualmente per imporsi.
Copernico seguì la concenzione di Tolomeo nel supporre che i moti dei pianeti risultassero da una composizione di moti circolari.
Le teorie planetarie di Copernico, come quelle di Tolomeo, avevano però un grave difetto: non consentivano di predire le posizioni dei pianeti con precisione sufficiente.
La vera natura delle orbite planetarie fu chiarita infine da Johannes Kepler (1571-1630) all'inizio del Seicento.
Keplero pubblicò tre relazioni matematiche che descrivono i moti dei pianeti.
Esse vengono designate come le "Leggi di Keplero".

Enciclopedie Cambridge "Astronomia" . vol. II

1. Il testo stimola considerazioni di carattere filosofico-religioso sulle ragioni che indussero i contemporanei di Copernico a riufiutare le nuove teorie.
   Illustra brevemente tali ragioni.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

2. La prima legge di Keplero descrive le orbite dei pianeti come ellittiche in cui il Sole occupa uno dei fuochi.
   Illustra il concetto di fuoco in una conica generica.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Gli antichi Greci studiarono le proprietà delle coniche da un punto di vista esclusivamente geometrico. I matematici moderni si avvalgono del "metodo delle coordinate".
   Illustra brevemente i due metodi usati.

Metodo geometrico

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Metodo delle coordinate

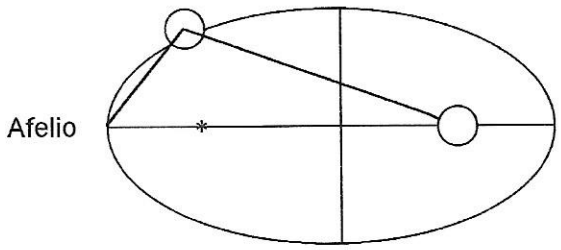
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. La costruzione geometrica dell'ellisse di equazione canonica : $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$

è ottenuta come intersezione di rette e cerchi.
Riproponila in modo schematico.

5. Dall'equazione generica dell'ellisse deriva la sua "eccentricità". Cosa significherebbe per le orbite planetarie se questa eccentricità fosse 1 ?

6. La seconda legge di Keplero riguarda la velocità dei pianeti. Quali considerazioni puoi trarre riferendoti alla figura qui sotto riportata ?



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

7. Il moto dei pianeti fu spiegato da Newton in base a leggi fisiche. Chiarisci tale affermazione.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

8. Dalla legge di gravitazione universale

$$F = G \frac{M\,m}{D^2}$$

Con:

F forza d'attrazione
M massa del 1° corpo m massa del 2° corpo (M > m)
D distanza tra i due corpi
G costante gravitazionale

Quale ritieni che sia l'accelerazione subita dal corpo di massa inferiore m ?

A. $\vec{\gamma} = -G \dfrac{M}{D^2}$ ☐

B. $\vec{\gamma} = G \dfrac{M+m}{D^2}$ ☐

C. $\vec{\gamma} = -G \dfrac{M+m}{D^2}$ ☐

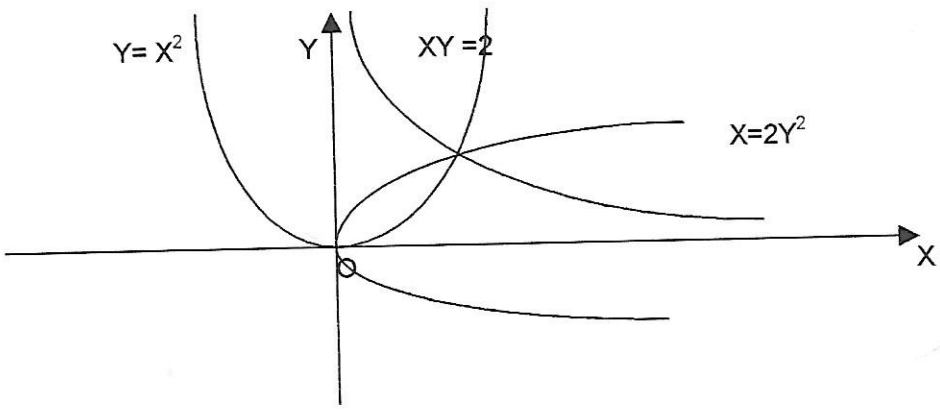
D. $\vec{\gamma} = G \dfrac{M+m}{D}$ ☐

9.

Il problema di Delo

Gli Ateniesi, colpiti da una grave epidemia, consultarono l'oracolo di Delo, il quale decretò che, per placare l'ira di Apollo, era necessario raddoppiare l'ara cubica del tempio del dio.
Ciò fu fatto, costruendo un cubo di lato doppio. Ma vedendo che l'epidemia non accennava a decrescere, il popolo si rivolse a Platone il quale rispose che l'ira di Apollo era cresciuta di fronte all'ignoranza delle regole della geometria "scienza sublime per eccellenza".
Il problema della duplicazione del cubo fu risolto da Menecmo (350 a.C) con l'uso delle coniche.

In termini moderni il " problema di Delo " si riduce alla soluzione dell'equazione : $x^3 = 2a^3$.
La soluzione (numero irrazionale) non era nota agli antichi per i quali esistevano solo soluzioni di carattere geometrico.
Avvalendoti del grafico sotto riportato, illustra la risoluzione proposta da Menecmo.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10. Data la parabola di equazione $Y=X^2$ verifica il teorema di Archimede ("l'area di un segmento parabolico è i 2/3 dell'area del rettangolo circoscritto") prendendo come segmento parabolico quello di estremi O(0,0) e $A(k,k^2)$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

11. Il problema delle aree di superfici piane delimitate da contorni curvilinei conduce al calcolo integrale.
Nel caso particolare del calcolo dell'area di un cerchio (preso per comodità di centro nell'origine del piano cartesiano e raggio unitario) esponi brevemente il metodo geometrico e il metodo di integrazione.

Metodo geometrico

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....