

8)Un dado ha la forma di un dodecaedro regolare con le facce numerate da 1 a 12. Il dado è truccato in modo che la faccia contrassegnata dal numero 3 si presenti con una probabilità p doppia rispetto a ciascun'altra faccia. Determinare il valore di p in percentuale e calcolare la probabilità che in 5 lanci del dado la faccia numero 3 esca almeno 2 volte.

Soluzione

La variabile aleatoria associata agli esiti dell'esperimento "lancio" ha la seguente distribuzione di probabilità

$P(X=x)$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	p	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

dove deve essere verificata la relazione $p + 11\frac{p}{2} = 1 \rightarrow p = \frac{2}{13} \cong 15,4 \%$

La variabile aleatoria associata al secondo esperimento, cioè il numero di successi (uscita del numero 3) in 5 prove, ha una distribuzione binomiale

$$P(X = k) = C_k^5 p^k (1 - p)^{5-k}$$

Nella tabella seguente sono riportati i valori della distribuzione, approssimati alla terza cifra decimale

$P(X=k)$	0,433	0,394	0,143	0,026	0,002	0,000
X	0	1	2	3	4	5

La probabilità che in 5 lanci il 3 esca almeno due volte è uguale a circa 17%

Si può arrivare al risultato sommando gli ultimi quattro termini della distribuzione

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \cong 0,171$$

oppure passando attraverso la probabilità dell'evento complementare

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \cong 1 - 0,83 = 0,17$$