

QUESITO 5

Per progettare un sito web è necessario generare dei codici unici di accesso. Si vogliono utilizzare, a tale scopo, due lettere maiuscole dell'alfabeto inglese seguite da una serie di numeri compresi tra 0 e 9. Tutti i codici di accesso dovranno avere lo stesso numero di cifre ed è ammessa la ripetizione di lettere e numeri.

Qual è il numero minimo di cifre da impostare in modo da riuscire a generare almeno 5 milioni di codici di accesso diversi? Giustificare la risposta.

Soluzione

- A) Le modalità indicate nel testo permettono di generare $26^2 \cdot 10^n$ codici , essendo n i numeri che costituiscono la serie numerica.

Questo può essere giustificato in due modi

PRIMO METODO

Per generare un codice nelle modalità indicate , è necessario scegliere

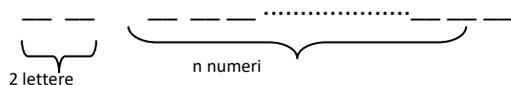
- a) Una coppia ordinata tra le 26 lettere dell'alfabeto inglese, con ammesse ripetizioni.
Questo si può fare in 26^2 modi diversi , pari alle disposizioni con ripetizione $D_{26,2}^r$
- b) Una n-pla di numeri compresi tra 0 e 9, con ammesse ripetizioni.
Questo si può fare in 10^n modi diversi , pari alle disposizioni con ripetizione $D_{10,n}^r$

Chiamiamo A l'insieme delle coppie di cui al punto a) e B l'insieme delle n-ple di cui al punto b).

L'insieme **A** ha cardinalità 26^2 , l'insieme **B** ha cardinalità 10^n , pertanto l'insieme degli elementi ottenuti associando un elemento di **A** con un elemento di **B** ha cardinalità $26^2 \cdot 10^n$ (**Regola della Moltiplicazione combinatoria**)

SECONDO METODO

I codici devono avere tutti la stessa lunghezza 2+n e possono essere schematizzati con una sequenza di <<posti>>



Il primo posto può essere occupato in 26 modi diversi, il secondo posto può essere occupato ancora in 26 modi diversi

il terzo in 10 modi diversi, il quarto in 10 modi diversi e così fino all'n-simo.

Si può immaginare quindi un diagramma ad albero che avrà alla fine $26^2 \cdot 10^n$ valori terminali , ricordando che:

Se una scelta può essere fatta in m modi diversi, per ciascuno dei quali una seconda scelta può essere fatta in n modi diversi e, per ciascuno dei modi in cui si sono compiute le prime due scelte una terza scelta può essere effettuata in p modi diversi, etc. etc, allora la sequenza di tutte le scelte può essere generata in $m^n \cdot p$ modi diversi

B) Per riuscire a generare almeno 5 milioni di codici, deve essere soddisfatta la disuguaglianza

$$26^2 * 10^n \geq 5 * 10^6 \rightarrow 10^n \geq \frac{5}{26^2} 10^6 \rightarrow n \geq \log_{\frac{5}{26^2}} 10^6 \cong 3,87$$

è il numero minimo di cifre da impostare in modo da riuscire a generare almeno 5 milioni di codici di accesso diversi è **n=4**