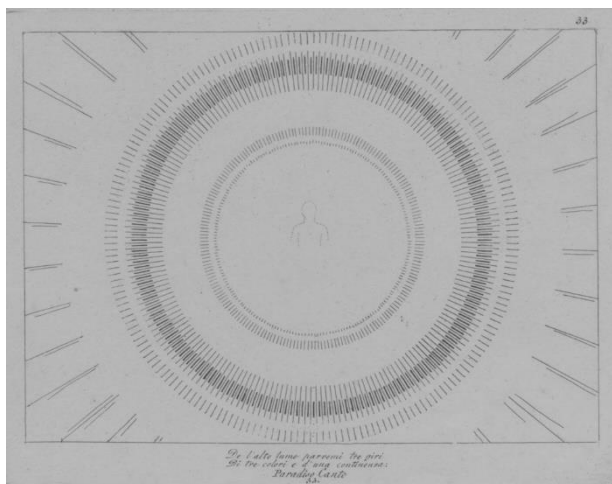


8) In che cosa consiste il problema della quadratura del cerchio? Perché è citato così spesso?

Risposta con approfondimento

*... Qual è l'geometra che tutto s'affige
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige,
tal era io a quella vista nova:
veder voleva come si convenne
l'imago al cerchio e come vi s'indova;*

Dante-Paradiso, XXXIII, 133-141



La **quadratura del cerchio**, assieme al problema della trisezione dell'angolo e a quello della duplicazione del cubo, è uno dei più noti problemi classici dell'antichità, la cui soluzione grafica richiede strumenti diversi da quelli <<ammessi>> dalla geometria greca, la riga e il compasso.

PREMESSA

Eeguire costruzioni con riga e compasso significa, partendo da almeno due punti sul piano, compiere un numero finito di operazioni con due strumenti "ideali": la riga (per tracciare rette) e il compasso (per tracciare circonferenze). Le operazioni di base impiegate negli *Elementi* sono quelle descritte nei primi tre postulati del libro primo:

1. È possibile condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto;
2. È possibile prolungare illimitatamente in linea retta un segmento finito;
3. È possibile descrivere un cerchio con qualsiasi centro e qualsiasi raggio

Un problema si dice **risolubile con riga e compasso** quando può essere ricondotto ad una **sequenza finita di operazioni scelte tra le seguenti**

1. dati due punti, costruire la retta passante per essi;
2. dato un punto ed un segmento, trovare la circonferenza che ha quel punto come centro e quel segmento come raggio;
3. date due rette, trovarne (se esiste) il punto comune;
4. date una retta ed una circonferenza, trovarne (se esistono) i punti comuni;
5. date due circonferenze, trovarne (se esistono) i punti comuni.

Questo significa che operando con riga e compasso, possiamo individuare solo punti le cui coordinate si ottengono **risolvendo successivamente equazioni di I oppure equazioni di II grado o comunque riconducibili a equazioni di II grado**.

Un numero reale associato ad una costruzione siffatta si dirà costruibile con riga e compasso

Dunque: un numero reale α non è costruibile con riga e compasso se:

- a) **non è algebrico** (non è soluzione di alcuna equazione algebrica a coefficienti interi)
- b) **soddisfa un'equazione algebrica $f(x)=0$, dove $f(x)$ è un polinomio, irriducibile a coefficienti razionali, il cui grado non è una potenza di 2**

LA QUADRATURA DEL CERCHIO

Il problema, consiste nel costruire, con uso esclusivo di riga e compasso, un quadrato che abbia la stessa area di un dato cerchio, ovvero nel costruire un segmento lungo $\sqrt{\pi}$, a partire dal segmento unità. Essendo π , ed anche la sua radice quadrata, un numero trascendente (non algebrico), non è costruibile con riga e compasso.

Fino a quando non fu dimostrata la trascendenza di π , da Ferdinand von Lindemann, nel 1882, molti erano stati i tentativi della quadratura del cerchio, tutti infruttuosi, anche se alcuni matematici pervennero a soluzioni approssimate di notevole interesse.

Questo spiega perché l'espressione era (ed è) diventata sinonimo di un'impresa ardua, di enorme difficoltà o addirittura vana, senza speranza o priva di un significato concreto. Nota è la citazione da parte:

I versi di Dante, nell'ultimo canto del Paradiso, tentano di spiegare la presenza contemporanea, nel Verbo, della natura umana e di quella divina. La difficoltà di questa spiegazione è paragonata a quello che può essere considerato il problema principe della geometria classica, appunto la quadratura del cerchio