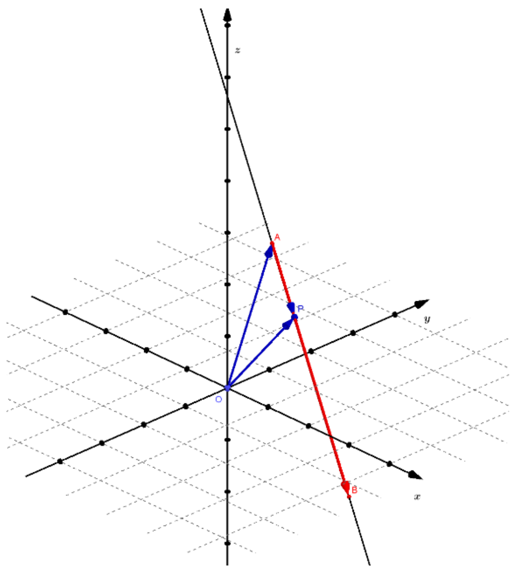
5. Dati i punti $A(-2,3,1)$, $B(3,0,-1)$, $C(2,2,-3)$, determinare l'equazione della retta r passante per A e per B e l'equazione del piano π perpendicolare a r e passante per C.

Soluzione

Un punto generico $P(x, y. z)$ è allineato con A e con B se $\overrightarrow{AP} = t\,\overrightarrow{AB}$, $t \in R$

ovvero se sono soddisfatte le condizioni

$$\frac{x+2}{3+2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{-1-1} \rightarrow \frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{-2} = t$$



Rappresentazioni della retta

a) equazione vettoriale

essendo

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} = t\,\overrightarrow{AB} \rightarrow \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\,\overrightarrow{AB} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

b) forma parametrica $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 - 3t \quad \forall t \in R \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

c) forma cartesiana

$$\begin{cases} -3(x+2) = 5(y-3) \\ -2(x+2) = 5(z-1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y - 9 = 0 \\ 2x + 5z - 1 = 0 \end{cases}$$

Il piano π perpendicolare a r , quindi avente come vettore normale il vettore $\overrightarrow{AB}$ di componenti s $(5, -3, -2)$, e passante per C ha equazione

$$5(x-2) - 3(y-2) - 2(z+3) = 0 \rightarrow 5x - 3y - 2z - 10 = 0$$