

QUESITO 7

Trovare l'equazione del piano tangente alla sfera avente come centro l'origine e raggio 2, nel suo punto di coordinate $(1,1,z)$ con z negativa.

Soluzione

Il punto P di coordinate $(1,1,z)$ appartiene alla sfera di centro O e raggio 2 se la sua distanza da O è uguale al raggio

$$\overline{PO} = \sqrt{1 + 1 + z^2} = 2 \rightarrow z^2 = 2 \rightarrow z = \pm\sqrt{2}$$

Poiché la coordinata z deve essere negativa si accetta la soluzione $z = -\sqrt{2}$

L'equazione del generico piano passante per P è $a(x - 1) + b(y - 1) + c(z + \sqrt{2}) = 0$

dove la terna (a, b, c) , definita a meno di un fattore di proporzionalità, corrisponde alle componenti di un vettore avente direzione perpendicolare al piano stesso.

Poiché il piano tangente alla sfera nel punto P risulta perpendicolare al vettore \overline{OP} le cui componenti sono

$$(1, 1, -\sqrt{2})$$

possiamo porre $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -\sqrt{2} \end{cases}$

e scrivere l'equazione del piano tangente nella forma

$$(x - 1) + (y - 1) - \sqrt{2}(z + \sqrt{2}) = 0 \rightarrow x + y - \sqrt{2}z - 4 = 0$$

