

[2003, ORD] Quesito1 Soluzione di Adriana Lanza

Dopo aver fornito la definizione di 'rette sghembe', si consideri la seguente proposizione: «Comunque si prendano nello spazio tre rette x, y, z , due a due distinte, se x ed y sono sghembe e, così pure, se sono sghembe y e z allora anche x e z sono sghembe». Dire se è vera o falsa e fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

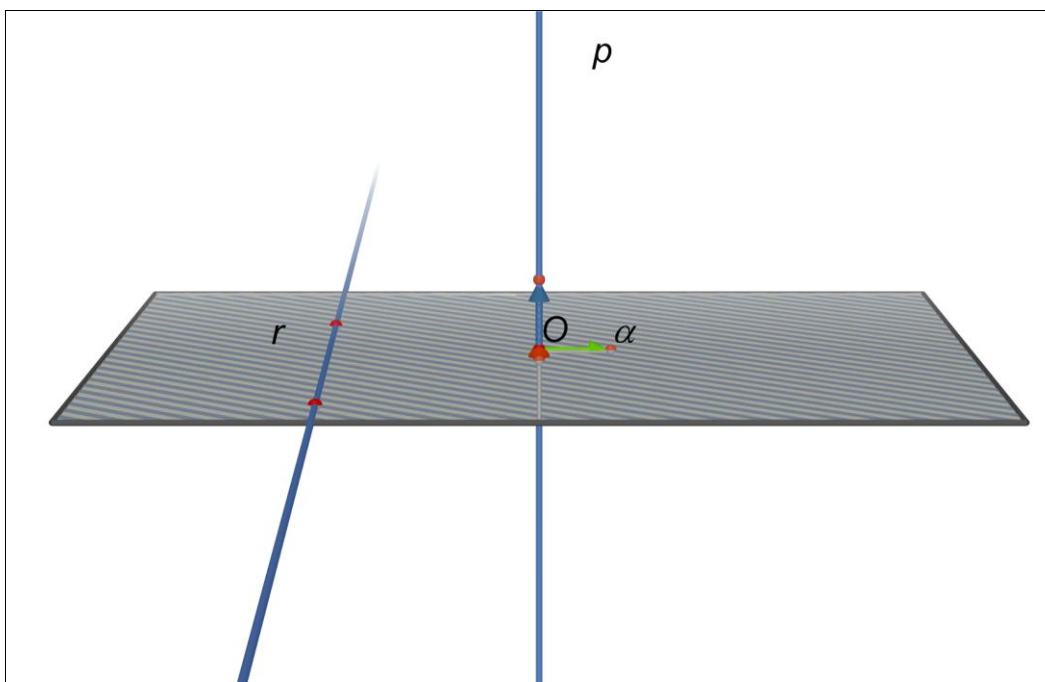
a) **Due rette si dicono sghembe se non sono complanari, cioè se non esiste un piano che le contenga entrambe**

Due rette sghembe non hanno alcun punto in comune ma non sono parallele

Costruzione

dato un piano α si tracci la retta p ad esso perpendicolare in un suo punto O ,
sia r una retta appartenente ad α e non passante per O .

Le due rette p ed r sono sghembe in quanto se appartenessero ad uno stesso piano β , quest'ultimo avrebbe in comune con α una retta ed un punto fuori di esso e coinciderebbe con α . Ciò è però assurdo perché un piano non può contenere una retta ad esso perpendicolare.

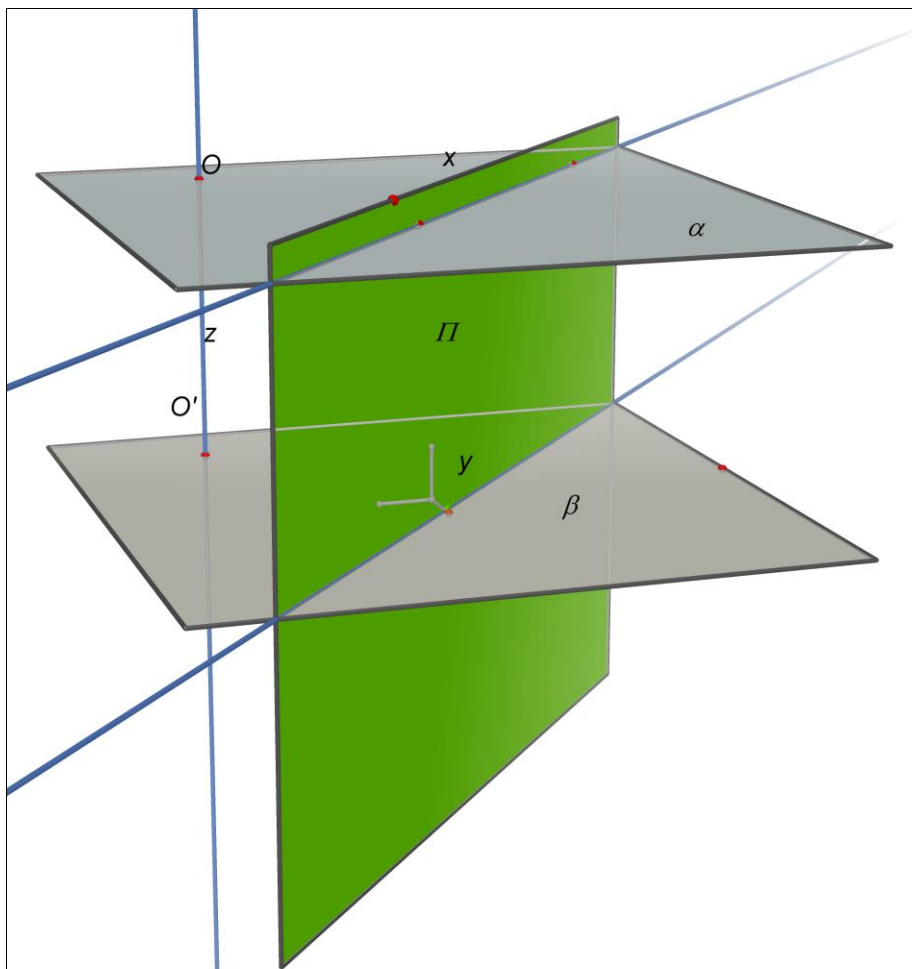


E' facile verificare che p ed r

- Non hanno alcun punto di intersezione. In fatti un eventuale punto comune dovrebbe appartenere ad α e quindi la retta p , avendo due punti con il piano α , dovrebbe giacere su di esso
- Non sono parallele, ovvero non hanno la stessa direzione, in quanto, essendo p perpendicolare ad α , le due rette hanno direzioni mutuamente ortogonali

b) la proposizione è **falsa**.

Controesempio



Dati due piani α e β tra loro paralleli, sia z una retta perpendicolare ad entrambi nei punti O e O' rispettivamente.

Un terzo piano π perpendicolare sia ad α che a β li incontra nelle rette x ed y rispettivamente.

Per quanto osservato nel punto a, x e z sono sghembe, come anche y e z , mentre x ed y sono complanari.