Soluzione di Adriana Lanza

PNI-Suppletiva 2007- Quesito4

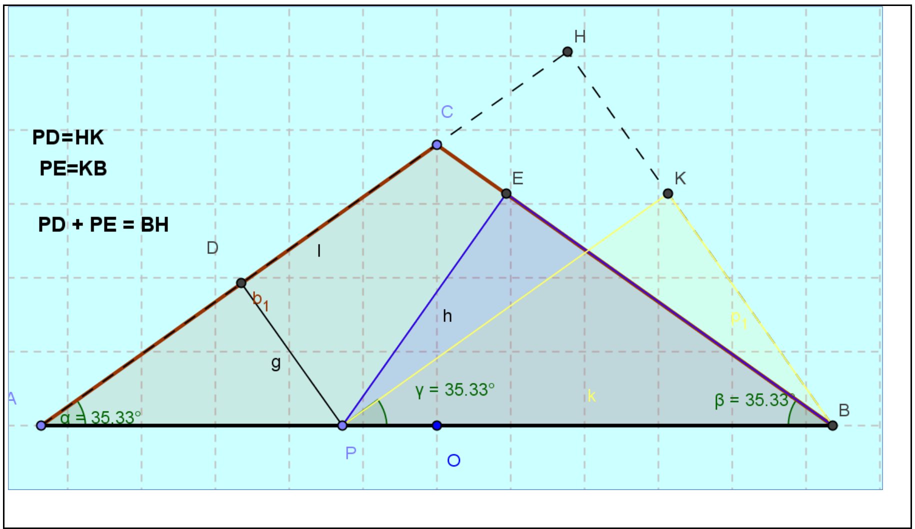
Si consideri la seguente proposizione:

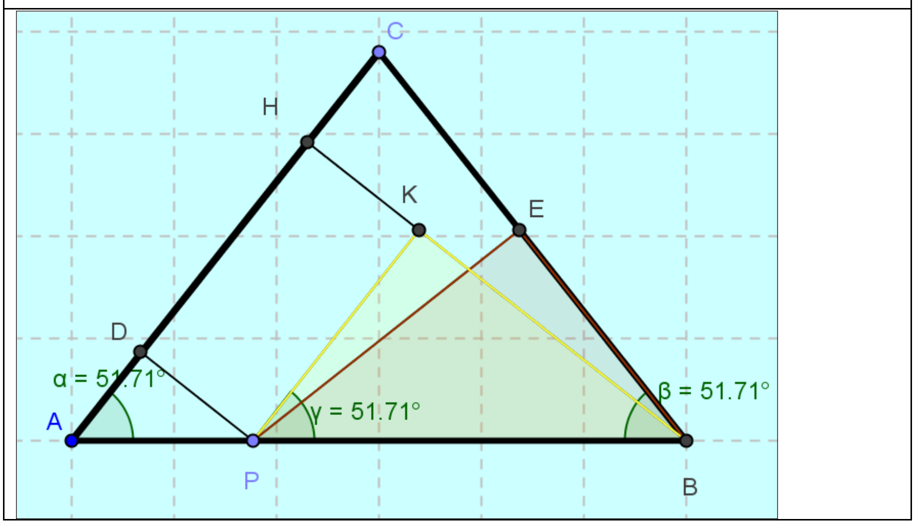
“In ogni triangolo isoscele la somma delle distanze di un punto della base dai due lati uguali è costante”

Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.

La proposizione è vera : la somma delle distanze di un punto della base dai due lati uguali è costante ed è uguale alla misura dell’altezza relativa ad uno dei due lati

Dimostrazione (*con riferimento alle figure a lato , riferite rispettivamente al caso del triangolo ottusangolo e al caso del triangolo acutangolo)*





a)Trigonometria

$\overline{PD} = \overline{AP}\ \sin\alpha$ $\qquad\qquad$ $\overline{PE} = (\overline{AB} - \overline{AP})\ \sin\beta = (\overline{AB} - \overline{AP})\sin\alpha$

$\overline{PD} + \overline{PE} = \overline{AP}\ \sin\alpha + \overline{AB}\ \sin\alpha - \overline{AP}\ \sin\alpha = \overline{AB}\ \sin\alpha = \overline{BH}$

b)Geometria

Si costruisca la proiezione HK del segmento PD sull'altezza BH e si congiunga P con K.

L'angolo $B\hat{P}K$ è $uguale\ B\hat{A}C$ perché corrispondenti rispetto alle parallele AC e PK tagliate dalla trasversale BA, di conseguenza sarà anche $B\hat{P}K = A\hat{B}C$

Si considerino i due triangoli PEB e PKB, rettangoli in E e in K , rispettivamente .

Essi hanno l'ipotenusa PB in comune e l'angolo $B\hat{P}K\ \ uguale\ a\ P\hat{B}E$, pertanto sono tra loro congruenti $e\ , in\ particolare, risulta\ \overline{PE} = \overline{BK}$

Essendo anche $\overline{PD} = \overline{HK}$ si può concludere che

$$\overline{PD} + \overline{PE} = \overline{HK} + \overline{BK} = \overline{BH}$$